ANÁLISIS MATEMÁTICO I

1. CONTINUIDAD

   (a) **Teorema de Bolzano**
   Sea f una función continua en $[a, b]$ tal que $f(a)f(b) < 0$.
   Entonces $\exists\, c \in (a, b)/f(c) = 0$

   (b) **Teorema de Valores Intermedios**
   Si f es continua en $[a, b]$ y c es un punto entre $f(a)$ y $f(b)$,
   entonces $\exists\, z \in (a, b)/f(z) = c$

   (c) **Teorema de Weierstrass**
   Si f es continua en $[a, b]$, entonces f está acotada y alcanza un máximo y un mínimo.

2. DERIVADAS

   (a) **Teorema de Rolle**
   Sea f una función derivable en (a, b) y continua en $[a, b]$. Si $f(a) = f(b)$, entonces $\exists\, c \in (a, b)/f'(c) = 0$

   (b) **Teorema del Valor Medio de Lagranje**
   Sea f una función continua en $[a, b]$ compacto y derivable en $(a, b) = Int[a, b]$, entonces $\exists\, c \in (a, b)/f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$

   (c) **Teorema del Valor Medio de Cauchy**
   Sean f y g funciones continuas en $[a, b]$ compacto y derivables en (a, b), entonces $\exists\, c \in (a, b)/[f(b) - f(a)]g'(c) = [g(b) - g(a)]f'(c)$
   Si además suponemos que $g(b) \neq g(A)$ y que f' y g' no se anulan simultáneamente, entonces
   $$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}$$

3. TAYLOR

   (a) **Teorema de Generalizado de Cauchy**
   Si f y g tienen derivadas continuas hasta el orden $(n - 1)$ en el intervalo $[a, b]$ y además $\exists\, f^{(n)} \wedge \exists\, g^{(n)}\ \forall x \in (a, b)$, entonces $\exists\, c \in (a, b)/$
   $$[f(b) - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(b - a)^k]g^{(n)} = f^{(n)}[g(b) - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{g^{(k)}(a)}{k!}(b - a)^k]$$

   (b) **Teorema de Taylor**
   Sea f una función que tiene derivadas continuas hasta el orden $(n-1)$ en $[a, b]$ y $f^{(n-1)}$ es derivable en (a, b), entonces $\exists\, c \in (a, b)/$
   $$f(b) - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(b - a)^k = \frac{f^{(n)}(c)}{n!}(b - a)^n$$